• Ούλοφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
• Θεοδάμαντος 2
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 180
• Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 55

Φροντιστήριο
Εν δυνάμει
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

Α) Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου, να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

i) $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$ **ii)** $\varepsilon\varphi\omega=\dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ και $\sigma\varphi\omega=\dfrac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$ **(4 + 2μ.)**

Β) **i)** Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **(3μ.)**

ii) Να δώσετε τον ορισμό του ακτινίου και να γράψετε τον τύπο που συνδέει τα ακτίνια με τις μοίρες. **(3μ.)**

iii) Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέγεται περιοδική με περίοδο Τ >0; **(3μ.)**

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει $D_x=D_y=0$, τότε θα έχει μοναδική λύση την $(x,y)=(0,0)$.
2. Η συνάρτηση $f(x)=\sigma\upsilon\nu x,\ x\in[-\pi,2\pi]$ είναι άρτια.
3. Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)=2\varepsilon\varphi x$ είναι το 2.
4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\sigma\upsilon\nu\Gamma$.
5. Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu 2>0$ **(10μ.)**

ΘΕΜΑ 2$^{\text{Ο}}$

Α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases}2xy-y^2-5y=0\\ y=x^2-4x+3\end{cases}$. **(7μ.)**

Β) Δίνεται το σύστημα $(\Sigma)\begin{cases}\lambda x+8y=4\lambda-4\\ (\lambda-1)x+(\lambda+2)y=3\lambda-4\end{cases}$ και η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{x^3\sqrt{\lambda^2-x^2}+\lambda x}{x^{2016}-1}$.

i) Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$. **(8μ.)**

ii) Αν οι ευθείες $(\varepsilon_1):\lambda x+8y=4\lambda-4$ και $(\varepsilon_2):(\lambda-1)x+(\lambda+2)y=3\lambda-4$ είναι παράλληλες τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\lambda=2$. **(2μ.)**

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f **(4μ.)**

γ) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή. **(4μ.)**

• Ούλοφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
• Θεοδάμαντος 2
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 180
• Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 55

ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$

Α) Δίνεται η γωνία ω με $\pi < \omega < \dfrac{3\pi}{2}$, για την οποία ισχύει: $15\sigma\upsilon\nu^2\omega - 4\eta\mu\omega - 12 = 0$.

i) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\omega = -\dfrac{3}{5}$. **(6μ.)**

ii) Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω. **(4μ.)**

iii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\mathrm{A} = \dfrac{\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{15\pi}{2} + \omega\right) + 6\sigma\upsilon\nu(17\pi + \omega)}{3\varepsilon\varphi\left(\dfrac{11\pi}{2} - \omega\right) + 4\sigma\varphi\left(\omega - \dfrac{17\pi}{2}\right)}$. **(7μ.)**

Β) Να αποδείξετε ότι $\dfrac{\sigma\upsilon\nu^4 x - \eta\mu^4 x}{1 + 2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x} = \dfrac{\sigma\varphi x - 1}{\sigma\varphi x + 1}$. **(8μ.)**

ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$

Α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu(\omega x)$, $x \in \mathbb{R}$, η οποία έχει περίοδο Τ = 6π και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $\mathrm{A}\left(\dfrac{\pi}{2}, 1\right)$.

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \omega = \dfrac{1}{3}$. **(6μ.)**

ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα μιας περιόδου. **(4μ.)**

Β) Δίνεται το σύστημα $(\Sigma)\begin{cases} \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot x - \eta\mu\alpha \cdot x = 3 \\ \eta\mu\alpha \cdot x + \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot y = 4 \end{cases}$.

i) Να αποδείξετε ότι το (Σ) έχει μοναδική λύση για κάθε τιμή του α. **(5μ.)**

ii) Να αποδείξετε ότι η μοναδική λύση του (Σ) είναι η $(x_0, y_0) = (3\sigma\upsilon\nu\alpha + 4\eta\mu\alpha, 4\sigma\upsilon\nu\alpha - 3\eta\mu\alpha)$. **(4μ.)**

iii) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $\mathrm{A} = x_0^2 + y_0^2$ έχει σταθερή τιμή. **(6μ.)**

... ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ ...